

(۱) گرادیان توابع عددی زیر را در دستگاه مختصات متناظر متغیر آن محاسبه نمایید.

$$f(R), f(r), f(\theta), \frac{1}{R}, \frac{1}{R^2}, \frac{\cos \theta}{R^2}$$

(۲) دیورژانس و کرل توابع برداری زیر را در دستگاه مختصات متناظر متغیر آن محاسبه نمایید (k , یک ضریب ثابت است).

$$f(R)\hat{\mathbf{R}}, f(\theta)\hat{\mathbf{R}}, \frac{1}{R^2}\hat{\mathbf{R}}, \frac{e^{-jkR}}{R}\hat{\boldsymbol{\theta}}, \frac{1}{r}\hat{\mathbf{r}}, \frac{e^{-jkr}}{r}\hat{\mathbf{r}}, \frac{1}{r}\hat{\boldsymbol{\phi}}$$

(۳) مثلی از اتصال سه نقطه به مختصات $(0,0,a)$ ، $(0,a,0)$ ، $(2a,0,0)$ و $(0,0,a)$ به وجود آمده است (بیان مختصات نقاط در دستگاه مختصات کارتزین است). الف) معادله صفحه‌ای را که از این سه نقطه عبور می‌کند به دست آورید. ب) مساحت این مثلث را محاسبه نمایید. ج) در صورتی که S سطح مثلث مذکور باشد، انتگرال زیر را محاسبه نمایید:

$$\int_S \hat{\mathbf{x}}(x+2y) \cdot d\mathbf{s}$$

(۴) در صورتی که S سطح کره ای به شعاع a و به مرکزیت مبدأ مختصات باشد، انتگرال‌های زیر را محاسبه نمایید:

$$\int_S \frac{\cos \theta}{R^2} \hat{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\int_S \frac{\sin \theta}{R^2} \hat{\mathbf{R}} \cdot d\mathbf{s}$$

(۵) بردار $\mathbf{A} = x\hat{\mathbf{x}} + 2y\hat{\mathbf{y}} + 3z\hat{\mathbf{z}}$ در دستگاه مختصات کارتزین مفروض است. بردار یک‌ه‌ی $\mathbf{B}$ را طوری بیابید که عمود بر بردار $\mathbf{A}$ و موازی صفحه‌ی xy باشد.

(۶) بردار $\mathbf{A} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ در نقطه‌ی $(x=1, y=0, z=0)$ مفروض است. این بردار را در دستگاه کروی بیان نمایید.

(۷) رویه‌ی $\mathbf{R} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + xy\hat{\mathbf{z}}$ در بازه‌ی $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 1$ و همچنین، میدان برداری $\mathbf{F} = x\hat{\mathbf{x}} + y^2\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$ مفروض است. قضیه‌ی استوکس را برای میدان برداری و رویه‌ی مفروض بررسی نمایید.

(۸) رویه‌ی $\mathbf{R} = r\hat{\mathbf{r}}$ در بازه‌ی $0 \leq r \leq 2$ و $z=0$ و همچنین، میدان برداری $\mathbf{F} = \frac{\hat{\boldsymbol{\phi}}}{r^4}$ مفروض است. قضیه‌ی استوکس را برای میدان برداری و رویه‌ی مفروض بررسی نمایید.

(۹) مسیر C به صورت $z=2t, y=\sin t, x=\cos t$ در بازه‌ی $0 \leq t \leq 2\pi$ تعریف می‌شود. انتگرال‌های زیر را محاسبه

$$\text{نمایید: } \int_C x d\mathbf{l}, \int_C r d\mathbf{l}, \int_C d\mathbf{l}, \int_C |d\mathbf{l}|$$